16.04.2015

Dr. Susanne Knies, Philipp Nägele

Nachklausur

Mathematik für Naturwissenschaftler I
WS 2014/2015

- Beachten Sie bitte, dass außer Ihrem handbeschriebenen Blatt keine weiteren Hilfsmittel erlaubt sind!
- Sie müssen die Aufgaben auf dem zur Verfügung gestellten Papier bearbeiten. Falls Ihnen das Papier dabei ausgehen sollte, so können Sie sich jederzeit weiteres Papier geben lassen.
- Bitte benutzen Sie ausschließlich Kugelschreiber, Filzstifte oder Füller in den Farben blau oder schwarz und schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen.
- Begründen Sie alle Ihre Ergebnisse, zum Beispiel durch eine Rechnung.

Dauer der Klausur: 9:15 bis 11:30 Uhr

Nachname: ______________________________

Vorname: ______________________________

Matrikelnummer: ______________________________

Studienfach: ______________________________

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7
max. Punkte	3	10	4	6	8	7	6
erhaltene Punkte							

Aufgabe	8	9	10
max. Punkte	6	5	6
erhaltene Punkte			

Σ (max. 61)	Note	

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg !!!

Name

Aufgabe 1: **1+1+1 Punkte**

a) Sie haben zwei grüne, zwei rote und zwei gelbe Blumen. Auf wieviele Arten lassen sich diese sechs Blumen in einer Reihe anordnen?

b) Ein Freund bietet Ihnen an, aus seinen fünf Losen zwei auszuwählen. Wieviele Möglichkeiten haben Sie dazu?

c) Es stehen Ihnen 10 Zeichen zur Verfügung, um ein 6-stelliges Passwort zu erstellen. Wieviele Möglichkeiten haben Sie?

Name

Aufgabe 2: **2+3+3+2 Punkte**

Gegeben sei die Funktion $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$, welche auch darstellbar ist als $f(x) = \frac{x^2+4}{2x}$.

a) Geben Sie den Definitionsbereich von f an und untersuchen Sie den Graphen von f auf Symmetrie.

b) Bestimmen Sie die Polstellen, untersuchen Sie diese auf Vorzeichenwechsel und bestimmen Sie das asymptotische Verhalten der Funktion für $x \to \pm\infty$.

c) Bestimmen Sie alle Nullstellen und Minima und/oder Maxima von f.

d) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion für $x \in [-5, 5]$.

Name

Aufgabe 3: **4 Punkte**

Finden Sie eine Parabel, deren Scheitelpunkt bei $x = 2$ liegt, die außerdem eine Nullstelle bei $x = -1$ hat und deren Tangente an der Stelle $x = 1$ eine Steigung von -8 hat. **Tipp:** Fertigen Sie zunächst eine Skizze an.

Name

Aufgabe 4: **2+2+2 Punkte**

Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke so weit wie möglich

a) $e^{\ln 3} e^{\ln(1/2)}$

b) $\ln(x^2 - y^2) + \ln(\frac{1}{x-y})$

c) $\ln(x^{2/3}) - \ln(\sqrt[3]{x^4})$

Name

Aufgabe 5: **2+2+2+2 Punkte**

Berechnen Sie jeweils die erste Ableitung der folgenden Funktionen. Notieren Sie alle Zwischenschritte und vereinfachen Sie Ihre Ergebnisse so weit wie möglich.

a) $f(x) = -3x^{-2} + \sin(x)$,

b) $g(x) = \ln(3xe^x)$,

c) $h(x) = x^2\sqrt{x}$,

d) $u(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$.

Name

Aufgabe 6: **2+2+3 Punkte**

Berechnen Sie die folgenden Integrale und notieren Sie alle Zwischenschritte.

a) $\int\limits_0^{\pi} (2\cos(x) - 4x)\, dx.$

b) $\int\limits_1^{3} \frac{2x+1}{x^2+x}\, dx.$

c) $\int\limits_0^{\sqrt{\ln 2}} x e^{x^2}\, dx$ **Tipp:** Substitution $f(y) = \frac{1}{2}e^y$, $g(x) = x^2$.

Name

Aufgabe 7: **2+4 Punkte**

Auf einem großen Hühnerhof werden täglich mehrere Tausend Eier gelegt, die stets einzeln gewogen werden. Es zeigt sich, dass ein Ei im Mittel 50 g wiegt, bei einer Standardabweichung von $\sigma = 5$ g. Für die Zufallsvariable $X =$ "Gewicht von einem Ei" kann die Normalverteilung zugrunde gelegt werden.

a) Skizzieren Sie die Gauß'sche Glockenkurve der Zufallsvariablen X und markieren Sie dabei auch die gegebenen Parameter. Wieviel Prozent der Eier wiegen höchstens 50 g?

b) Die 10% schwersten Eier sollen als "Maxi-Eier" verkauft werden. Wieviel muss ein Ei wiegen, um ein "Maxi-Ei" zu sein?

Entnehmen Sie die benötigten Werte der Tabelle für Φ:

x	0	0,2	0,5	0,75	0,9	1	1,29	1,5	1,96	2,5	3,0
$\Phi(x)$	0,5	0,579	0,691	0,77	0,82	0,841	0,90	0,933	0,975	0,994	0,999

Name

Aufgabe 8: **3+3 Punkte**

In Deutschland schlagen im Mittel pro Quadratkilometer jährlich 10 Blitze ein, was 0,1 Einschlägen pro Hektar entspricht. Die Häufigkeit der Einschläge kann als Poisson-verteilt angenommen werden.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für genau 0, 1 oder 2 Blitzeinschläge in einem Hektar Land in einem Jahr. Benutzen Sie, dass gilt $e^{-0,1} = 0,9$.

b) Ist es wahrscheinlicher 3 oder mehr Einschläge auf einem Hektar in einem Jahr zu beobachten, als genau 2 Einschläge?

Name

Aufgabe 9: **2+3 Punkte**

a) Skizzieren Sie die Funktion $\tan : (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \to \mathbb{R}$ und auch die Umkehrfunktion arctan.

b) Berechnen Sie das uneigentliche Integral $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^2}\, dx$.

Tipp: Beachten Sie $\arctan' x = \frac{1}{1+x^2}$.

Name

Aufgabe 10: **2+2+2 Punkte**

Berechnen Sie die folgenden Reihen. Vereinfachen Sie Ihre Ergebnisse dabei so weit wie möglich.

a) $\sum\limits_{k=0}^{9} 2^k$

b) $\sum\limits_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^k$

c) $\sum\limits_{k=0}^{\infty} 8\left(\frac{1}{2}\right)^k$