Abschlussklausur

- Beachten Sie bitte, dass außer Ihrem beidseitig handbeschriebenen Blatt keine weiteren Hilfsmittel erlaubt sind!
- Sie müssen die Aufgaben auf dem zur Verfügung gestellten Papier bearbeiten. Falls Ihnen das Papier dabei ausgehen sollte, so können Sie sich jederzeit weiteres Papier geben lassen.
- In den letzten 20 min der Bearbeitungszeit darf die Klausur nicht mehr vorzeitig abgegeben werden. Falls Sie während dieses Zeitraums fertig werden, bleiben Sie bitte bis zum Ende der Klausur ruhig an Ihrem Platz sitzen.
- Bitte benutzen Sie ausschließlich Kugelschreiber, Filzstifte oder Füller in den Farben blau oder schwarz und schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen.
- Begründen Sie alle Ihre Ergebnisse, zum Beispiel durch eine Rechnung.

Dauer der Klausur: 14:15 bis 16:30 Uhr

Nachname: ______________________

Vorname: ______________________

Matrikelnummer: ______________________

Studienfach: ______________________

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ
max. Punkte	4	6	5	6	10	31
erhaltene Punkte						

Aufgabe	6	7	8	9	10	Σ
max. Punkte	6	6	7	6	6	31
erhaltene Punkte						

Σ (max. 62)	Note:	

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg !!!

Name:

Aufgabe 1 (2+2 Punkte)

a) Sie möchten 3 von 7 Probanden für eine Studie auswählen. Wieviele Möglichkeiten haben Sie dazu?

b) Es stehen Ihnen 4 Zeichen zur Verfügung, um ein 3-stelliges Passwort zu erstellen. Wieviele Möglichkeiten haben Sie?

8 Kugeln

w, ~~r~~ A = 1. Kugel ~~rot~~ weiß

B = 2. Kugel rot

~~P(A)~~

1. rot 2. weiß

a) $P(E) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} + \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} = 2 \cdot \frac{15}{56} = \frac{15}{28}$

Name:

Aufgabe 2 (2+2+2 Punkte)

Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen und notieren Sie alle Zwischenschritte:

a) $f(x) = e^{(a+2)x}$, mit $a \in \mathbb{R}$.

b) $g(x) = \ln(x^2)$, für $x \neq 0$.

c) $s(x) = 3^x + x^3$, für $x \in \mathbb{R}$.

Name:

Aufgabe 3 **(2+3 Punkte)**

In einer großen Vogelkolonie sind $\frac{1}{16}$ aller Vögel mit dem Vogelgrippe Virus H5N1 infiziert. Bestimmen Sie unter Verwendung der Poissonverteilung die Wahrscheinlichkeit, dass von 64 Vögeln aus der Kolonie

a) keiner das Virus H5N1 hat.

b) mindestens 3 infiziert sind.

Entnehmen Sie die von der Exponentialfunktion benötigten Werte der folgenden Tabelle:

$\sqrt{e}$	e^{-1}	e^{-2}	e^{-3}	e^{-4}
$1.65 = \frac{165}{100}$	$0.37 = \frac{37}{100}$	$0.14 = \frac{14}{100}$	$0.05 = \frac{5}{100}$	$0.02 = \frac{2}{100}$

Name:

Aufgabe 4 (4+2 Punkte)

Eine Urne enthalte 3 rote und 2 grüne Kugeln.

a) Sie ziehen zehnmal **mit** Zurücklegen, X sei die Anzahl der dabei gezogenen grünen Kugeln.

   i) Wie ist X verteilt?

   ii) Geben Sie die Formel an, mit der die Wahrscheinlichkeit für genau 2 grüne Kugeln berechnet werden kann und erläutern Sie die einzelnen Terme der Formel.

b) Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz von X.

Name:

Aufgabe 5 (4+6 Punkte)

1. Untersuchen Sie die Folgen

$$a_n = \frac{3}{n+1} + n \quad \text{und} \quad b_n = \left(2 + \frac{3}{n+1}\right)\left(\frac{3n^2 - n}{5n}\right)$$

auf Konvergenz und bestimmen Sie den Grenzwert, falls dieser existiert.

2. Berechnen Sie die folgenden Reihen. Vereinfachen Sie Ihre Ergebnisse dabei so weit wie möglich.

   a) $\sum\limits_{k=0}^{9} 2^k$

   b) $\sum\limits_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{2k}$

   c) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} 8\left(\frac{1}{3}\right)^k$

$\cancel{\ln(2^x) + \ln(3^y)}$

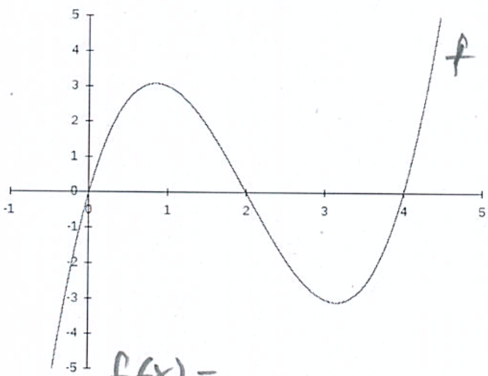
$\ln$

Name:

Aufgabe 6

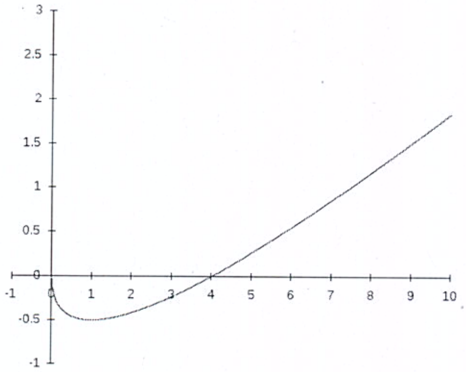
(4+2 Punkte)

1) Ordnen Sie den Schaubildern i) - iv) jeweils eine der folgenden Funktionen zu, begründen Sie Ihre Antwort (z. Bsp. durch Angabe von Nullstellen, asymptotischem Verhalten o.ä.).

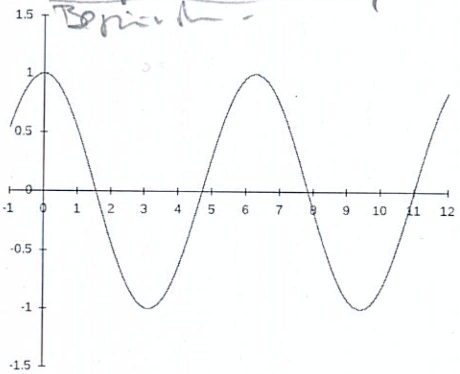


i)

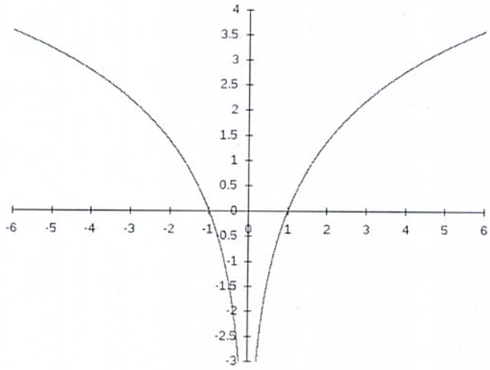
$f(x) =$



ii)



iii)



iv)

a) $f_1(x) = x - 2$

b) $f_2(x) = \sin(x)$

c) $f_3(x) = \frac{x}{2} - \sqrt{x}$

d) $f_4(x) = \cos(x)$

e) $f_5(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

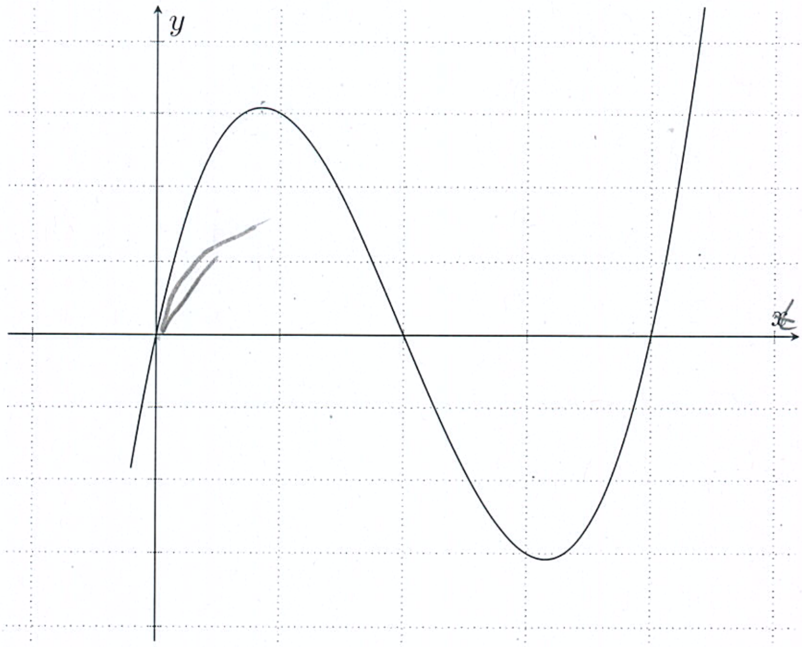
f) $f_6(x) = \ln(x^2)$

g) $f_7(x) = \ln(-x)$

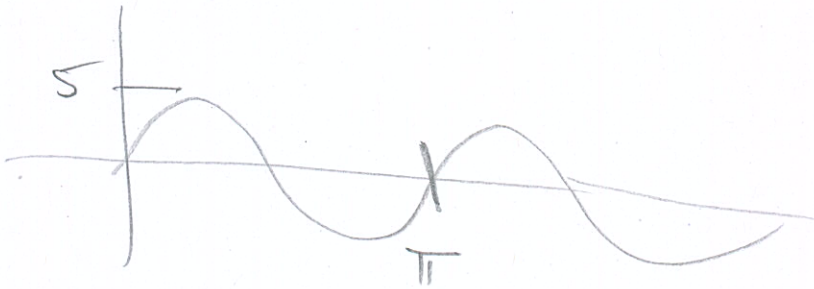
h) $f_8(x) = (x-2)(x-4)x$

(bitte wenden)

2) Skizzieren Sie den qualitativen Verlauf der Ableitung der Funktion mit dem Graphen aus Schaubild i) (ohne diese zu berechnen)!



$\cancel{I(x) = \int_{3}^{x} f(t)\,dt}$



$f(x) =$

Name:

Aufgabe 7 (2+2+2 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Integrale und notieren Sie alle Zwischenschritte. Verwenden Sie bei Bedarf die Regel zur partiellen Integration bzw. Substitution.

a) $I_1 = \int_1^3 x \ln(x)\, dx$

b) $I_2 = \int_1^3 (x - x^2)\, dx$

c) $I_3 = \int_1^2 \ln(3x + 4)\, dx$ $\int \tan x$ $\tan x = \frac{\sin}{\cos}$

$\int_1^\infty \frac{1}{x^2}\, dx = \lim \int_1^R$

Name:

Aufgabe 8 **(3+2+2 Punkte)**

Betrachten Sie die Funktion

$$f(x) = \frac{2x}{e^{2x} + 3}$$

für $x \in \mathbb{R}$.

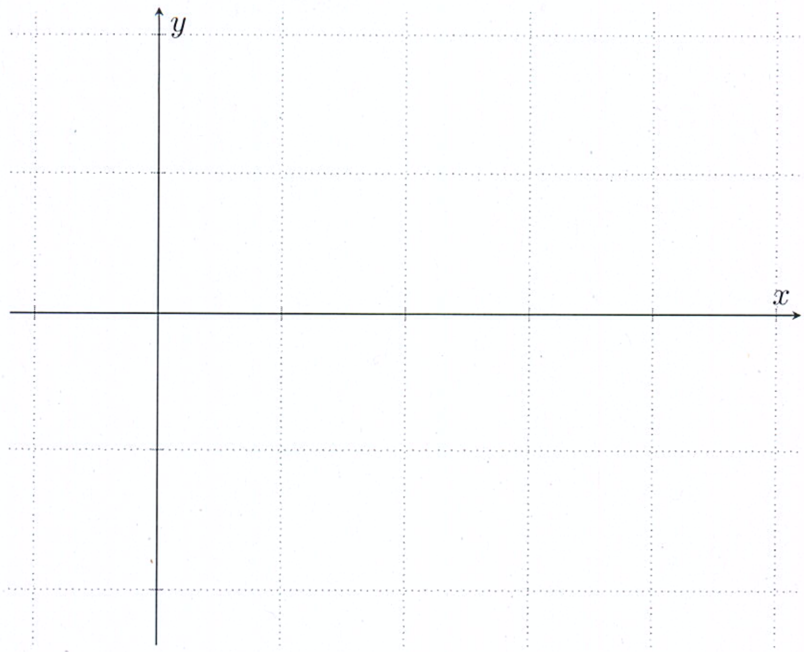
a) Bestimmen Sie die Grenzwerte

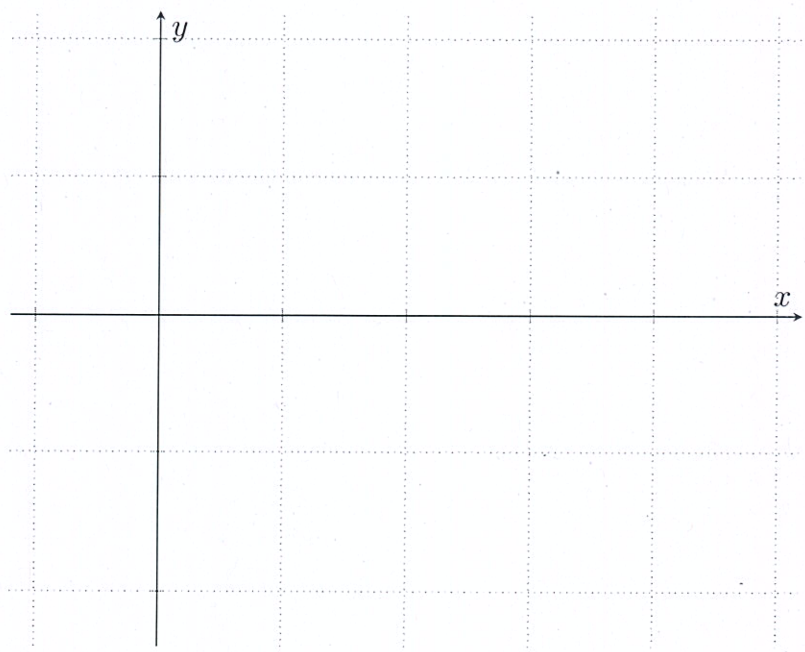
$$\lim_{x \to \infty} f(x) \quad \text{und} \quad \lim_{x \to -\infty} f(x).$$

Falls Sie die Regel von de l'Hospital verwenden, prüfen Sie zunächst, ob die Voraussetzungen dafür erfüllt sind.

b) Berechnen Sie die Ableitung $f'(x)$. Ist f monoton auf $\mathbb{R}$? Geben Sie eine kurze Begründung.

c) Welche Nullstellen hat f ?
Fertigen Sie eine Skizze des Graphen von f an, in der Sie Ihre Ergebnisse aus a), b), und c) darstellen.
(Bemerkung: Es ist **keine** vollständige Kurvendiskussion gewünscht.)


y
x


y
x

Name:

Aufgabe 9 **(2+2+2 Punkte)**

Die durchschnittliche Niederschlagsmenge pro Jahr sei $N(\mu, \sigma^2)$ - verteilt mit $\mu = 1.300$ mm und $\sigma = 250$ mm.

a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Niederschlagsmenge in einem Jahr weniger als 1.100 mm beträgt.

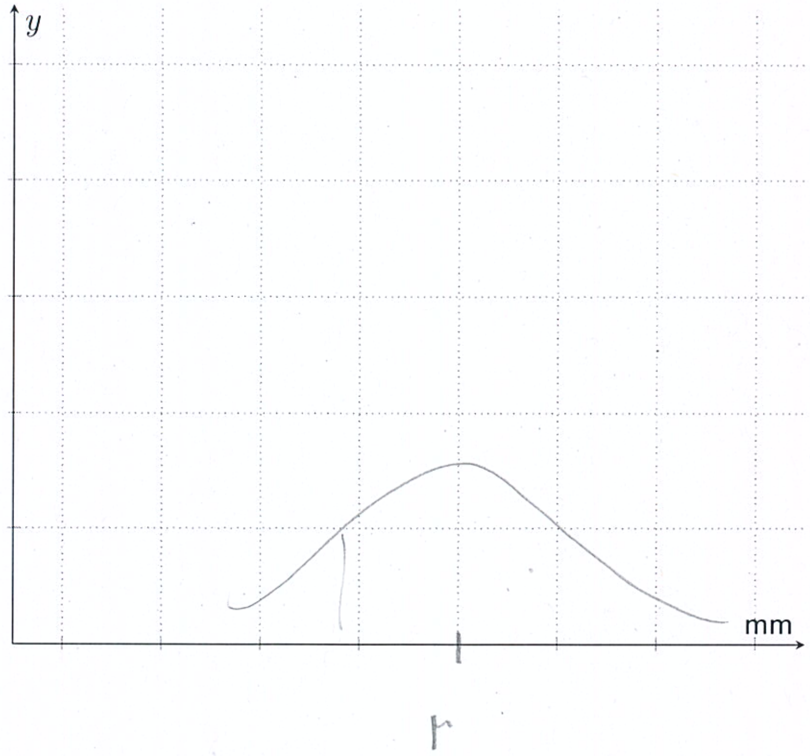
b) Wie groß muss die Niederschlagsmenge mindestens sein, damit ein Jahr zu den regenreichsten 10% zählt?

c) Fertigen Sie eine Skizze in dem Koordinatenkreuz auf der nächsten Seite an, in der Sie die Rechenschritte aus Teil b) veranschaulichen. Markieren Sie alle Ihnen bekannten Parameter in Ihrer Skizze.

Entnehmen Sie die benötigten Werte der Tabelle für Φ (gerundet):

x	0,00	0,20	0,50	0,80	0,90	1,00	1,30	1,50	1,96	2,50	3,00
$\Phi(x)$	0,50	0,579	0,691	0,79	0,82	0,841	0,90	0,933	0,975	0,994	0,999

Nur zeichnen



y
mm
r

Name:

Aufgabe 10 (2+2+2 Punkte)

In einem großen Rechenzentrum fällt im Schnitt alle 4 Tage ein Server aus. Betrachten Sie die exponentialverteilte Zufallsvariable $X =$ "Zeit bis zum nächsten Serverausfall".

a) Bestimmen Sie den Parameter λ in der Wahrscheinlichkeitsdichte der Exponential Verteilung

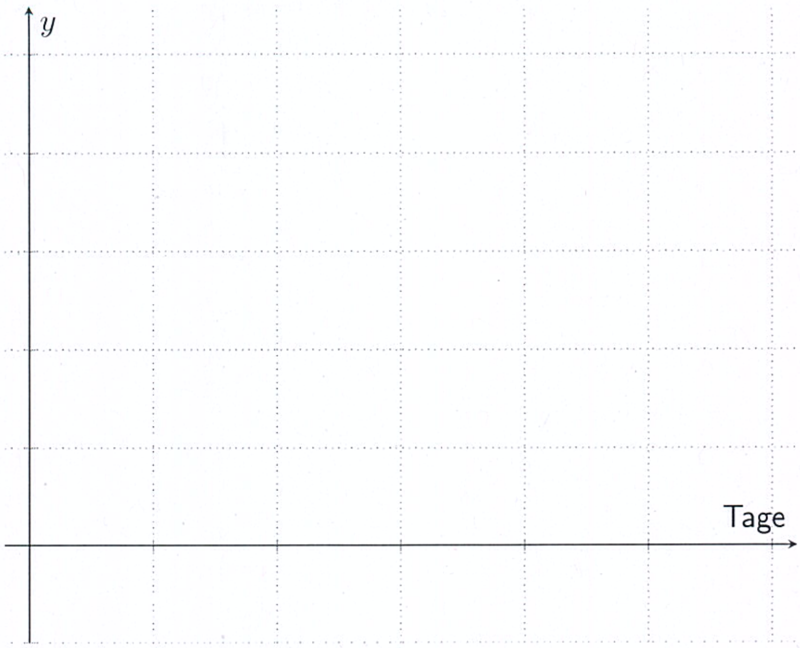
$$p(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

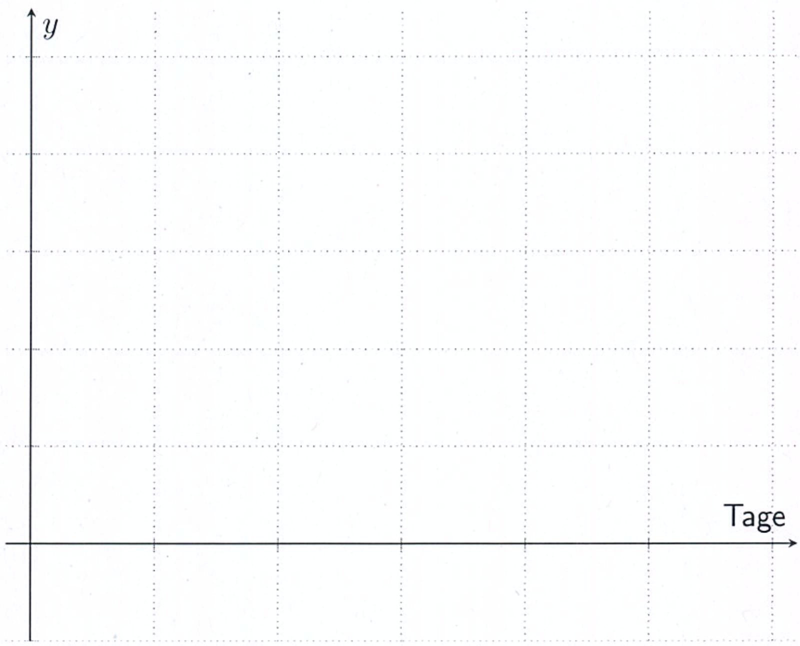
und berechnen Sie die Verteilungsfunktion $F(t)$ von X.

b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Wartezeit bis zum nächsten Serverausfall länger als einen Tag beträgt.
Lassen Sie in Ihrem Ergebnis Terme der Form $e^{\cdots}$ stehen ohne diese zu berechnen.

c) Skizzieren Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte $p(t)$ und die Verteilungsfunktion $F(t)$ von X im Koordinatensystem auf der nächsten Seite. Markieren Sie die Wartezeiten aus Teil b) in Ihrer Skizze.

1 -


y
Tage


y
Tage