

7. Übung für Biologen - Lösung

zur Vorlesung

Physik für Mediziner, Pharmazeuten, Biologen

SS 2006

Aufgabe 1: Elektrische Leistung und Arbeit

a) $P=500 \text{ W}$, $V=230 \text{ V}$

$$P = U \cdot I \Rightarrow I_1 = \frac{P_1}{U_1} = 2,17 \text{ A.}$$

$$U = R \cdot I \Rightarrow R = \frac{U_1}{I_1} = 105,8 \text{ } \Omega.$$

Der Widerstand bleibt gleich, eine Widerstandsänderung aufgrund einer kleineren Temperatur bei der kleineren Spannung wird vernachlässigt.

$$I_2 = \frac{U_2}{R} = 1,09 \text{ A} \quad \left(= 0,5 I_1 \right).$$

$$\Rightarrow P_2 = U_2 \cdot I_2 = \underline{\underline{125 \text{ W}}}.$$

oder

$$P_2 = U_2 \cdot I_2 = U_2 \cdot \frac{U_2}{R} = \frac{1}{2} U_1 \cdot \frac{1}{2} \frac{U_1}{R} = \frac{1}{4} U_1 \cdot I_1 = \frac{1}{4} P_1 = \underline{\underline{125 \text{ W}}}.$$

b)

$$W = P \cdot t = 500 \text{ W} \cdot 120 \text{ s} = 60 \text{ kWs} = \frac{1}{60} \text{ kWh} \quad \left(= 0,01\bar{6} \text{ kWh} \right).$$

Aufgabe 2: Ohmsches Gesetz und Kirchhoffsche Regeln

$U=10 \text{ V}$, $R_1=50 \text{ } \Omega$, $R_2=100 \text{ } \Omega$, $R_3=50 \text{ } \Omega$.

a)

$$R_{ges} = R_1 + \frac{1}{1/R_2 + 1/R_3} = 50 \Omega + \frac{1}{0,01 + 0,02} \text{ } \Omega = \underline{\underline{83\frac{1}{3} \text{ } \Omega}}.$$

b)

$$I_{ges} = \frac{U}{R_{ges}} = \frac{10 \text{ V}}{83,3 \text{ } \Omega} = 120 \text{ mA.}$$

$$I_1 = I_{ges} \Rightarrow U_1 = R_1 \cdot I_{ges} = 50 \text{ } \Omega \cdot 0,120 \text{ A} = \underline{\underline{6 \text{ V}}}.$$

c) Im parallelen Zweig fällt eine Spannung von $U_p = U - U_1 = 4 \text{ V}$ ab. Diese Spannung liegt an R_2 und R_3 an, hier addieren sich die Ströme durch R_2 und R_3 .

$$I_2 + I_3 = I_{ges} \quad I_2 = \frac{U_p}{R_2} = \frac{4 \text{ V}}{100 \text{ } \Omega} = \underline{\underline{40 \text{ mA}}}.$$

$$\left(I_3 = \frac{U_p}{R_3} = \frac{4 \text{ V}}{50 \text{ } \Omega} = 80 \text{ mA.} \right)$$

Aufgabe 3: Kapazität

- a) Die Ladung des Plattenkondensators bleibt erhalten, da sie nach Trennung von der Spannungsquelle nicht abfließen kann.

Die Kapazität des Kondensators wird wegen $C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{d}$ bei Verdopplung des Plattenabstands halbiert. Mit $C = Q/U$ und damit $U = Q/C$ verdoppelt sich die Spannung zwischen den Platten.

Die gespeicherte Energie $W = \frac{1}{2}CU^2$ wird daher ebenfalls verdoppelt, die zusätzliche Energie wird als mechanische Arbeit beim Auseinanderziehen zugeführt.

- b)

$$C = \frac{Q}{U} \quad \Rightarrow \quad Q = C \cdot U = 1 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot 10 \text{ V} = \underline{\underline{10^{-5} \text{ C}}}.$$

- c)

$$\begin{aligned} R_S &= \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2\pi f \cdot C}\right)^2} = \sqrt{1000^2 + \left(\frac{1}{2\pi \cdot 100 \cdot 10^{-5}}\right)^2} \Omega \\ &= \sqrt{10^6 + 25330} = 1012,6 \Omega. \\ \Rightarrow I_0 &= \frac{U_0}{R_S} = \frac{20 \text{ V}}{1012,6 \Omega} \\ &= \underline{\underline{19,75 \text{ mA}}}. \end{aligned}$$

- d) Am Kondensator eilt der Strom der Spannung um $\pi/2$ voraus (die Spannung steigt während der Ladestrom abnimmt), am Widerstand sind Strom und Spannung hingegen gleichphasig. Bei Kombination von Kondensator und Ohmschem Widerstand gilt für die Phasenverschiebung

$$\begin{aligned} \tan \phi &= \frac{U_C}{U_R} = \frac{1}{\omega \cdot C \cdot R} \\ \phi &= \tan^{-1} \left(\frac{1}{\omega \cdot C \cdot R} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{1}{2\pi \cdot 100 \cdot 10^{-5} \cdot 1000} \right) \\ &= \tan^{-1}(0,159) = \underline{\underline{0,1578}} \hat{=} 9,04^\circ. \end{aligned}$$

Für die Leistung gilt hier

$$P(t) = U(t) \cdot I(t) = U_0 \cdot \sin(\omega t) \cdot I_0 \sin(\omega t + \phi).$$

Mit $\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$ erhält man für $\alpha = \omega t + \phi$ und $\beta = \omega t$:

$$\begin{aligned} P(t) &= \frac{U_0 \cdot I_0}{2} [\cos \phi - \cos(2\omega t + \phi)] \\ &= U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos \phi - U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(2\omega t + \phi) \end{aligned}$$

Der zweite Term schwingt periodisch um 0 und fällt bei zeitlicher Mittelung heraus. Für die mittlere Leistung folgt damit

$$\begin{aligned} \bar{P} &= U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos \phi = \frac{1}{2} U_0 \cdot I_0 \cdot \cos \phi \\ &= \frac{1}{2} \cdot 20 \text{ V} \cdot 19,75 \text{ mA} \cdot \cos(0,1578) \\ &= \underline{\underline{195 \text{ mW}}} \end{aligned}$$